

## 多点约束空时抗干扰算法的研究

黄国胜<sup>1,2</sup>, 易争荣<sup>2</sup>, 帅涛<sup>2</sup>, 朱振才<sup>2</sup>

(1. 中国科学院 上海微系统与信息技术研究所, 上海 200050; 2. 上海微小卫星工程中心, 上海 200050)

**摘 要:** 提出了一种多点约束下的 GNSS 接收机空时抗干扰算法。从多点约束 LCMV 准则的等效 GSC 结构入手, 对其前向分解过程进行了简化与改进, 使计算复杂度降低到与单点约束问题相当; 随后利用 Householder 多级维纳滤波 (MWF) 算法求解 GSC 结构中的经典维纳滤波问题, 并利用 MWF 的分解特性对其后向迭代过程进行改进, 得到了一种阶递归的实现结构, 大大提高了算法的实时性, 并可根据 MSE 值自适应地估计降维维数。给出了完整的算法流程, 并进行了仿真实验, 验证了算法的有效性。

**关键词:** 全球卫星导航系统; 空时抗干扰; 多点约束; Householder 多级维纳滤波

中图分类号: TN967.1

文献标识码: B

文章编号: 1000-436X(2012)06-0157-07

## Study on a multi-satellite constrained space-time anti-jam algorithm

HUANG Guo-sheng<sup>1,2</sup>, YI Zheng-rong<sup>2</sup>, SHUAI Tao<sup>2</sup>, ZHU Zhen-cai<sup>2</sup>

(1. Shanghai Institute of Microsystem and Information Technology, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200050, China;

2. Shanghai Micro-satellite Engineering Center, Shanghai 200050, China)

**Abstract:** A multi-satellite constrained space-time anti-jam algorithm was proposed for global navigation satellite system (GNSS) receivers. Firstly the equivalent GSC structure of multi-satellite constrained LCMV principle was considered and its forward decomposition process was simplified and improved, so the computation complexity was reduced to approach single-satellite constrained problem. Then the Householder multi-stage Wiener filtering (MWF) algorithm was proposed to solve the classical Wiener filtering problem in the GSC structure, and an efficient order-recursive implementation structure was obtained by improving the backward recursive process using the decomposition property of MWF, so the real-time performance was greatly promoted and the reduced rank could be adaptively estimated from the output of MSE. The complete procedure of the proposed algorithm is summed up and its validation is verified by simulations.

**Key words:** global navigation satellite system; space-time anti-jam; multi-satellite constraint; Householder multi-stage Wiener filtering

### 1 引言

随着以 GPS 为代表的全球卫星导航系统 (GNSS, global navigation satellite system) 的不断发展, 其接收机的抗干扰问题越显突出, 特别是在一些安全性要求较高的场合, 如飞机与汽车导航、生

命安全应用、武器制导等<sup>[1~3]</sup>。本文以此为背景, 研究 GNSS 接收机的空时自适应抗干扰算法。

到目前为止, 对 GNSS 接收机空时抗干扰的研究多集中于线性约束最小方差 (LCMV, linearly constrained minimum variance) 准则下的单点约束问题<sup>[4~8]</sup>, 即最佳权向量的求解只受单一卫星信号方向

收稿日期: 2011-12-23; 修回日期: 2012-05-15

基金项目: 上海市自然科学基金资助项目 (10ZR1429100); 上海市优秀学科带头人计划基金资助项目 (08XD14038)

**Foundation Items:** The Natural Science Foundation of Shanghai (10ZR1429100); The Project of Excellent Academic Leaders of Shanghai (08XD14038)

的约束，保证该卫星具有最大的输出信干噪比 (SINR)。而在实际的导航应用中，正确的定位需要至少 4 颗卫星信号，因此在单点约束下需要至少 4 个并行的空时处理器，对每颗卫星分别进行处理，硬件复杂性与总运算量很高。

另一种更有效的设计思路是采用多点约束下的 LCMV 准则<sup>[5, 6]</sup>，即最佳权向量的求解受多个卫星信号方向的约束，保证多个卫星信号的总体 SINR 最大，从而使对不同卫星信号的处理可集中于一个模块之中。在已有的成果中，求解多点约束问题需要计算一个二维矩阵的正交补空间并进行二维矩阵乘法<sup>[9]</sup>，因此运算量很高。本文对此进行了深入研究，推导了一种改进的实现算法，使多点约束问题的计算复杂度降低到与单点约束问题相当。

首先分析了在多点约束 LCMV 准则下空时抗干扰问题的数学描述，并引出其等效的广义旁瓣对消器 (GSC, general sidelobe canceller) 结构；其次对 GSC 结构的前向分解过程进行简化与改进，大幅降低了算法的计算复杂度；再次利用 Householder-MWF 算法求解 GSC 结构中的经典维纳滤波问题，并对其后向迭代过程进行改进，得到了一种阶递归的实现结构；接着以 GPS 接收信号为参考进行了仿真实验，对算法的降维性能与抗干扰能力等进行了验证；最后是结束语。

## 2 空时抗干扰模型

GNSS 接收机空时抗干扰的接收信号模型如图 1 所示<sup>[4]</sup>，假设天线阵元数为  $M$ ，各天线阵元的时间延迟数为  $N$ 。经过下变频与 A/D 采样之后，空时处理的基带输入信号可表示为

$$\mathbf{X}(i) = [x_{11} \cdots x_{M1} x_{12} \cdots x_{M2} x_{1N} \cdots x_{MN}]^T \quad (1)$$

其中， $\mathbf{X}(i) \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$ ， $i$  表示采样时刻。定义空时权向量为

$$\mathbf{W} = [w_{11} \cdots w_{M1} w_{12} \cdots w_{M2} w_{1N} \cdots w_{MN}]^T \quad (2)$$

其中， $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$ ，则图 1 中的输出信号可表示为

$$y(i) = \mathbf{W}^H \mathbf{X}(i) \quad (3)$$

在接收机的输入信号中，导航信号的功率通常远低于噪声和干扰功率，以 GPS C/A 码为例，其接收信号信噪比的典型值约为  $SNR = -15\text{dB}$ 。这一事实为 LCMV 准则在空时抗干扰中的应用创造了良好的条件<sup>[5]</sup>，LCMV 准则可表示为如下形式：

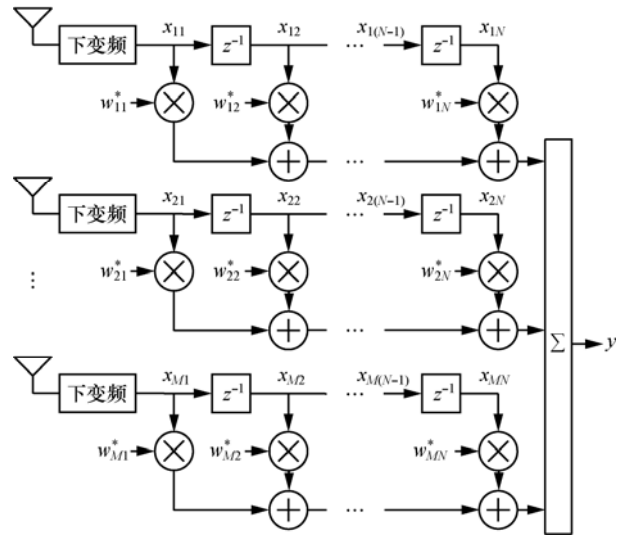


图 1 空时抗干扰模型

$$\min_{\mathbf{W}} \{ \mathbf{W}^H \mathbf{R}_X \mathbf{W} \} \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{C}^H \mathbf{W} = \mathbf{g} \quad (4)$$

其中， $\mathbf{R}_X \in \mathbb{C}^{MN \times MN}$  表示输入信号的自相关矩阵， $\mathbf{C} = [\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \cdots, \mathbf{S}_K] \in \mathbb{C}^{MN \times K}$  为约束矩阵， $\mathbf{g} \in \mathbb{C}^{K \times 1}$  为全 1 的列向量， $\mathbf{S}_k (k=1, 2, \cdots, K) \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$  表示第  $k$  颗卫星信号的空时导向矢量， $K$  表示可见卫星数。 $\mathbf{S}_k = \boldsymbol{\delta}_1 \otimes \mathbf{a}_k$ ，其中， $\otimes$  表示 Kronecker 积， $\boldsymbol{\delta}_1 \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  表示第 1 个元素为 1 其余元素为 0 的列向量， $\mathbf{a}_k$  表示第  $k$  颗卫星的空间导向矢量，由天线阵列形式与卫星方向所决定，而卫星方向可通过星历预报或惯导辅助等方式获得。当  $K=1$  且  $\mathbf{C} = \mathbf{S}_1$  时，式(4)退化为单点约束问题；当  $K=1$  且  $\mathbf{C} = \boldsymbol{\delta}_1$  时，式(4)退化为简单约束问题。

利用拉格朗日乘子法求解式(4)，可以得到：

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{g} \quad (5)$$

根据文献[9]中的结论，上式可用其等效的 GSC 结构来实现，如图 2 所示。

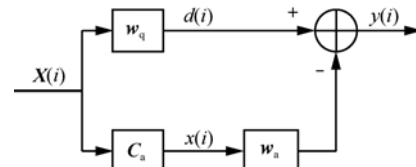


图 2 等效的 GSC 结构

其中， $\mathbf{w}_q \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$  表示权向量  $\mathbf{W}$  中满足约束条件的部分，可表示为

$$\mathbf{w}_q = \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{g} \quad (6)$$

而  $\mathbf{C}_a \in \mathbb{C}^{MN \times (MN-K)}$  称为信号阻塞矩阵，可表示

为约束矩阵  $C$  的正交补空间，即二者满足

$$C^H C_a = \mathbf{0}_{K \times (MN-K)} \quad (7)$$

其中， $\mathbf{0}_{K \times (MN-K)}$  表示  $K \times (MN - K)$  维零矩阵。则在图 2 中，最佳权向量  $W$  可表示为

$$W = w_q - C_a w_a \quad (8)$$

其中， $w_a \in C^{(MN-K) \times 1}$  表示  $W$  中不受约束条件影响的部分，其求解为标准的维纳滤波问题， $x(i)$  与  $d(i)$  分别表示滤波器的输入信号与期望响应，而  $y(i) = e(i)$  为滤波器的输出。

### 3 改进的 GSC 结构

在图 2 中，当  $K \neq 1$  时  $C$  是一个二维矩阵，其正交补空间  $C_a$  的求解非常复杂；同时为了计算  $x(i)$ ， $X(i)$  与  $C_a$  之间需进行二维矩阵乘法，运算量较大，不利于实际应用。本节将对图 2 进行简化与改进。

观察式(6)与式(7)，容易验证：

$$w_q^H C_a = g^H (C^H C)^{-1} C^H C_a = \mathbf{0}_{1 \times (MN-K)} \quad (9)$$

其中， $\mathbf{0}_{1 \times (MN-K)}$  表示  $1 \times (MN - K)$  维零向量，可见  $C_a$  与  $w_q$  之间也具有正交关系。注意到  $w_q$  为  $MN - K$  维列向量，因此为了对图 2 进行简化，可用  $w_q$  的正交补空间代替  $C_a$ ，从而等效地完成信号阻塞的功能。

若令  $S = w_q / \|w_q\|$ ， $B = \text{null}(S) \in C^{MN \times (MN-1)}$  为  $S$  方向的阻塞矩阵（即  $S$  的正交补空间），二者具有如下关系：

$$S^H B = \mathbf{0}_{1 \times (MN-1)} \quad (10)$$

其中， $\mathbf{0}_{1 \times (MN-1)}$  表示  $1 \times (MN - 1)$  维零向量，则图 2 可简化为图 3 所示的结构。

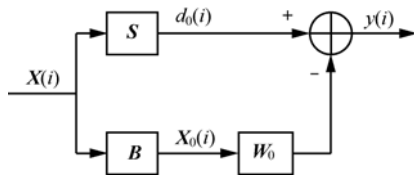


图 3 简化的 GSC 结构

其中， $X_0(i)$  的维数比  $X(i)$  小 1， $W_0 \in C^{(MN-1) \times 1}$ 。此时最佳权向量可表示为

$$W = S - B W_0 \quad (11)$$

将图 3 与文献[5]中单点约束问题( $K=1$  时)的等效 GSC 结构作对比，容易发现二者完全一致，在单点约束中， $S=S_1$ ；而在这里， $S = w_q / \|w_q\|$ 。

再分析式(6)中  $w_q$  的计算，由于  $C^H C \in C^{K \times K}$ ，而一般情况下  $K \ll MN$ ，因此  $w_q$  的计算复杂度相对较低；且在实际应用中，这部分计算可在导航任务处理器中完成。至此可得出结论，图 3 所示的多点约束问题的计算复杂度与单点约束问题相当。

在已有的文献中，为了求解阻塞矩阵  $B$ ，通常可采用基于奇异值分解的方法<sup>[10]</sup>或相关相减结构 (CSS, correlation subtraction structure)<sup>[11]</sup>，前者的计算复杂度太高；而在后者中， $X_0(i)$  的维数与  $X(i)$  相同，因此  $W_0$  的求解难度会稍高。在此给出基于 Householder 变化的方法，可克服二者的缺点。

在图 3 中，GSC 的前向分解过程可用一个变换矩阵来表示，即

$$T = [S \ B] \quad (12)$$

根据式(10)， $T$  与  $S$  之间应满足如下关系：

$$T^H S = \begin{bmatrix} S^H \\ B^H \end{bmatrix} S = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0}_{(MN-1) \times 1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中， $\|S\|_2 = 1$  表示  $S$  的  $l_2$  范数， $\mathbf{0}_{(MN-1) \times 1}$  表示  $(MN - 1) \times 1$  维零向量。

再考虑如下形式的 Householder 变换<sup>[8, 10]</sup>：

$$Q_0 S = \kappa_0 \|S\|_2 u_1 = \begin{bmatrix} \kappa_0 \\ \mathbf{0}_{(MN-1) \times 1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中， $Q_0 \in C^{MN \times MN}$  为 Householder 变换矩阵， $\kappa_0 = e^{j\theta}$  为相位旋转因子， $\theta \in [0, 2\pi]$  可任意取值， $u_1 = [1, 0, \dots, 0]^T \in C^{MN \times 1}$  为单位向量。

比较式(13)与式(14)，可见二者非常相似，因此可用  $Q_0$  代替  $T$  完成图 3 中的前向分解（即左半部分），而  $Q_0$  可由  $S$  构造得到，即

$$Q_0 = I - \beta_0 v_0 v_0^H \quad (15)$$

其中， $v_0 = S - \kappa_0 u_1$ ， $\beta_0 = -1/(\kappa_0^* v_{0,1})$ ， $v_{0,1}$  表示  $v_0$  的第一个元素。改进之后的 GSC 结构如图 4 所示，其中， $\|\kappa_0\|_2 = 1$ ，在实际应用中， $Q_0$  不用显式地计算出来。容易验证，在图 4 中可避免阻塞矩阵的求解与二维矩阵乘法，且  $X_0(i)$  的维数降低了 1。

### 4 改进的 Householder-MWF 算法

在图 4 中的右半部分，最佳权向量  $W_0$  的求解是一个经典的维纳滤波问题，为了降低计算复杂度，可采用基于数据块更新的 Householder-MWF 算法，如文献[8]中表 3 所示。

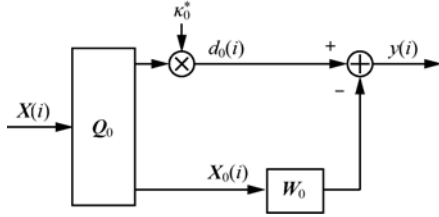


图 4 基于 Householder 变换的 GSC 结构

该算法主要包括前向分解与后向迭代 2 个过程，其中前向分解过程对输入向量  $\mathbf{X}_0(i)$  作降维处理，可得到降维之后的观测向量  $\mathbf{d}^{(D)} \in \mathbb{C}^{D \times 1}$ ， $D$  表示降维维数；而后向迭代过程则对  $\mathbf{d}^{(D)}$  进行最优滤波。若  $D$  值选择合理，Householder-MWF 算法可得到维纳滤波的近似最优解。

从文献[8]中可知，原 Householder-MWF 算法的后向迭代需等待前向分解结束之后才能开始，因此算法的实时性受到了很大的限制，不利于硬件实现；且输出均方误差  $\text{MSE} = E\{e_0^2\}$  只有在后向迭代结束时才能计算出来，若降维维数  $D$  增加 1，整个后向迭代过程需重新进行才能计算出新的 MSE，因此算法难以通过 MSE 的值来自适应地估计降维维数，下面对原算法的后向迭代过程进行改进。

首先定义期望信号向量  $\mathbf{d}^{(D)} = [d_1, d_2, \dots, d_D]^T$ ，其中  $d_i (i = 1, \dots, D)$  可由原算法的前向分解过程得到，则原算法的后向迭代过程可等效为图 5 所示的维纳滤波。其中， $\mathbf{d}^{(D)}$  与  $d_0$  分别表示输入向量与期望响应，则维纳滤波系数可表示为

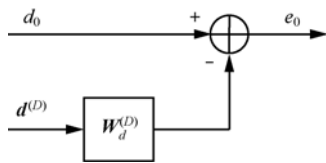


图 5 等效的后向迭代过程

$$\mathbf{W}_d^{(D)} = (\mathbf{R}_d^{(D)})^{-1} \mathbf{r}_{d,d_0}^{(D)} \quad (16)$$

其中， $\mathbf{R}_d^{(D)}$  为  $\mathbf{d}^{(D)}$  的自相关矩阵。根据 MWF 算法的分解特性<sup>[12]</sup>， $\mathbf{R}_d^{(D)}$  应为三对角矩阵 (tri-diagonal matrix)，即除了 3 条主对角线上的元素以外，其他元素均为 0，因此：

$$\mathbf{R}_d^{(D)} = E\left\{\mathbf{d}^{(D)} (\mathbf{d}^{(D)})^H\right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_d^{(D-1)} & \mathbf{0}_{D-2} \\ \mathbf{0}_{D-2}^T & r_{D-1,D}^* & r_{D,D} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中， $\mathbf{R}_d^{(D-1)}$  为  $\mathbf{d}^{(D-1)} = [d_1, d_2, \dots, d_{D-1}]$  的自相关矩阵， $\mathbf{0}_{D-2}$  为  $D-2$  维零向量，且

$$r_{D-1,D} = E\{d_{D-1} d_D^*\} = \|\mathbf{r}_{\mathbf{X}_{D-1}, d_{D-1}}\|_2$$

$$r_{D,D} = E\{d_D d_D^*\} \quad (18)$$

在式(16)中， $\mathbf{r}_{d,d_0}^{(D)}$  为  $\mathbf{d}^{(D)}$  与  $d_0$  之间的互相关向量，可表示为

$$\mathbf{r}_{d,d_0}^{(D)} = E\{\mathbf{d}^{(D)} d_0^*\} = \left[ \|\mathbf{r}_{\mathbf{X}_0, d_0}\|_2, \mathbf{0}_{D-1}^T \right]^T \quad (19)$$

上式同样利用了 MWF 算法的分解特性<sup>[12]</sup>， $\mathbf{0}_{D-1}$  为  $D-1$  维零向量，可见  $\mathbf{r}_{d,d_0}^{(D)}$  中除了第 1 个元素以外其他元素均为零，因此在式(16)中，最佳权向量  $\mathbf{W}_d^{(D)}$  只与  $\mathbf{R}_d^{(D)}$  逆矩阵的第 1 列元素有关，令：

$$\mathbf{C}^{(D)} = (\mathbf{R}_d^{(D)})^{-1} = [\mathbf{c}_1^{(D)}, \mathbf{c}_2^{(D)}, \dots, \mathbf{c}_D^{(D)}] \quad (20)$$

其中， $\mathbf{c}_i^{(D)} (i = 1, 2, \dots, D)$  为  $D$  维列向量，则式(14)可表示为

$$\mathbf{W}_d^{(D)} = \mathbf{c}_1^{(D)} \|\mathbf{r}_{\mathbf{X}_0, d_0}\|_2 \quad (21)$$

对式(17)运用分块矩阵的求逆引理<sup>[10]</sup>，并通过一定的变形可以得到  $\mathbf{c}_1^{(D)}$  的递归计算方法，如图 6 所示  $\mathbf{c}_{\text{first}}^{(i)}$  的计算， $\mathbf{c}_{\text{first}}^{(i)}$  与  $\mathbf{c}_{\text{last}}^{(i)}$  分别表示  $\mathbf{C}^{(i)}$  的第 1 列与最后一列，再通过式(21)便可计算出  $\mathbf{W}_d^{(D)}$ 。

在图 4 中，若定义数据块形式的输入信号为  $\bar{\mathbf{X}}^{(j)} = [\mathbf{X}(jQ), \mathbf{X}(jQ+1), \dots, \mathbf{X}(jQ+Q-1)]$  (22)

其中， $j$  表示数据块编号， $Q$  为数据块大小。则在多点约束下，改进的 Householder-MWF 算法的完整流程可总结如图 6 所示，其中， $\bar{\mathbf{y}}^{(j)}$  为数据块形式的输出信号。容易看出，图中省去了后向迭代过程，或者说后向迭代可随前向分解逐级进行（即阶递归<sup>[13]</sup>）；并且输出 MSE 也可逐级计算，因此可根据其大小自适应地估计降维维数  $D$ 。

表 1 中比较了几种不同算法的运算复杂度与阶递归特性，其中，基于采样矩阵求逆 (SMI, sampled matrix inverse) 的方法与图 2 中的方法所需的复数乘法数均为  $(MN)^3$  量级；文献[8]中的方法与本文改进算法均具有数据块更新的特点，因此表中统计了它们在处理一个数据块时所需的复数乘法数，容易看出与前者相比，改进算法所增加的运算量很低；同时，与文献[8]中的方法相比，改进算法具有阶递归的特性，因而实时性更好<sup>[13]</sup>。还需指出，若设置  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{C}$ ，

改进算法同样适用于 LCMV 准则的单点约束与简单约束问题。

GSC 分解:  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{S} = \mathbf{w}_q / \|\mathbf{w}_q\|_2, \quad \kappa_0 = -\text{sign}(\text{real}(h_{0,1}))$

$\mathbf{v}_0 = \mathbf{h}_0 - \kappa_0 \mathbf{u}_1, \quad \beta_0 = -1/(\kappa_0^* v_{0,1})$

$[\tilde{\mathbf{d}}_0; \mathbf{X}_0] = \bar{\mathbf{X}}^{(j)} - \beta_0 \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0^H \bar{\mathbf{X}}^{(j)}, \quad \mathbf{d}_0 = \kappa_0^* \tilde{\mathbf{d}}_0$

初始化:  $\mathbf{t}_1 = \mathbf{X}_0 \mathbf{d}_0^H / Q, \quad \sigma_{d_0}^2 = \mathbf{d}_0^H \mathbf{d}_0 / Q$

$\mathbf{h}_1 = \mathbf{t}_1 / \|\mathbf{t}_1\|_2, \quad \kappa_1 = -\text{sign}(\text{real}\{h_{1,1}\}), \quad \mathbf{v}_1 = \mathbf{h}_1 - \kappa_1 \mathbf{u}_1$

$\beta_1 = -1/(\kappa_1^* v_{1,1}), \quad [\tilde{\mathbf{d}}_1; \mathbf{X}_1] = \mathbf{X}_0 - \beta_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1^H \mathbf{X}_0$

$\mathbf{d}_1 = \kappa_1^* \tilde{\mathbf{d}}_1, \quad r_{0,1} = \|\mathbf{t}_1\|_2, \quad r_{1,1} = \mathbf{d}_1^H \mathbf{d}_1 / Q$

$\mathbf{c}_{\text{last}}^{(1)} = \mathbf{c}_{\text{first}}^{(1)} = 1/r_{1,1}, \quad \text{MSE}^{(1)} = \sigma_{d_0}^2 - |\mathbf{t}_1|^2 \mathbf{c}_{\text{first},1}^{(1)}$

迭代过程: For  $i=2,3,\dots,MN-1$

$\mathbf{t}_i = \mathbf{X}_{i-1} \mathbf{d}_{i-1}^H / Q, \quad \mathbf{h}_i = \mathbf{t}_i / \|\mathbf{t}_i\|_2, \quad \kappa_i = -\text{sign}(\text{real}(h_{i,1}))$

$\mathbf{v}_i = \mathbf{h}_i - \kappa_i \mathbf{u}_i, \quad \beta_i = -1/(\kappa_i^* v_{i,1})$

$[\tilde{\mathbf{d}}_i; \mathbf{X}_i] = \mathbf{X}_{i-1} - \beta_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{X}_{i-1}, \quad \mathbf{d}_i = \kappa_i^* \tilde{\mathbf{d}}_i$

$r_{i-1,i} = \|\mathbf{t}_i\|_2, \quad r_{i,i} = \mathbf{d}_i^H \mathbf{d}_i / Q, \quad \mu_i = r_{i,i} - |r_{i-1,i}|^2 \mathbf{c}_{\text{last},i-1}^{(i-1)}$

$\mathbf{c}_{\text{last}}^{(i)} = \mu_i^{-1} \begin{bmatrix} -r_{i-1,i} \mathbf{c}_{\text{last}}^{(i-1)} \\ 1 \end{bmatrix}$

$\mathbf{c}_{\text{first}}^{(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{\text{first}}^{(i-1)} \\ 0 \end{bmatrix} + \mu_i^{-1} (\mathbf{c}_{\text{last},1}^{(i-1)})^* \begin{bmatrix} |r_{i-1,i}|^2 \mathbf{c}_{\text{last}}^{(i-1)} \\ -r_{i-1,i}^* \end{bmatrix}$

$\text{MSE}^{(i)} = \sigma_{d_0}^2 - \|\mathbf{t}_i\|_2^2 \mathbf{c}_{\text{first},i}^{(i)}$

若  $\text{MSE}^{(i)} < \text{MSE}_{\text{thr}}$  则跳出迭代过程, 且  $D=i$

滤波输出:  $\mathbf{W}_d^{(D)} = \mathbf{c}_{\text{first}}^{(D)} \cdot \|\mathbf{r}_{\mathbf{X},d_0}\|_2, \quad \bar{\mathbf{d}} = [\mathbf{d}_1; \mathbf{d}_2; \dots; \mathbf{d}_D]$

$\bar{\mathbf{y}}^{(j)} = \mathbf{d}_0 - (\mathbf{W}_d^{(D)})^H \bar{\mathbf{d}}$

图6 多点约束下改进的 Householder-MWF 算法

在表 1 中, 后面 2 种算法的运算复杂度的数值比较如图 7 所示, 其中, 横坐标表示降维维数  $D$  的大小, 纵坐标表示复数乘法数对数据块长度的归一化值 (即对应于每个采样点所需的乘法数), 参数的设置与后文仿真实验中一致, 即  $M=19, N=7, K=4, Q=8MN$ 。可见, 二者几乎完全重合, 值得注意的是, 文献[8]中的方法即对应于单点约束问题。

表 1 不同算法的运算复杂度与实时性对比

算法结构	复数乘法数	阶递归
直接矩阵求逆即式(5)	$O[(MN)^3]$	-
图 2 所示的 GSC 结构	$O[(MN)^3]$	-
文献[8]中的方法(单点约束)	$3MNQD+MND+QD-3QD(D-1)/2-D(D-1)/2$	否
本文改进算法(多点约束)	$3MNQD+MND+Q(2D+1)-3QD(D-1)/2-D(D-1)/2+[MNK(K+1)+K^2+O(K^2)]$	是

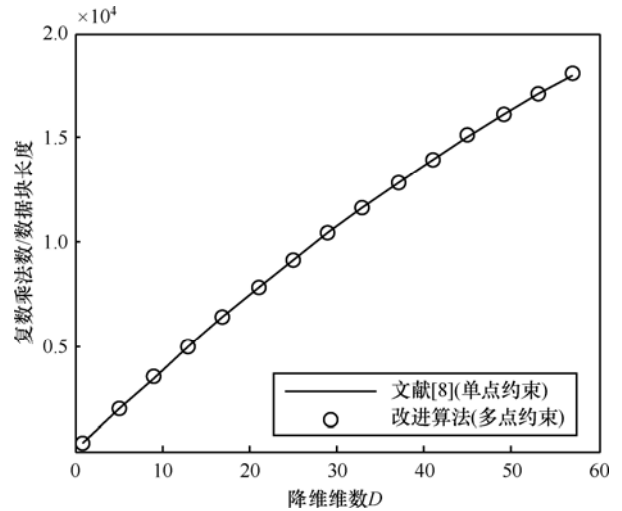


图7 复数乘法数的数值比较

### 5 仿真实验

为了验证改进算法的有效性, 以 GPS C/A 码接收信号为参考进行了仿真实验。天线形式采用了 19 阵元的均匀线阵 ( $M=19$ ), 相邻阵元之间的间距为半个载波波长, 每个阵元后的时间延迟数为  $N=7$ 。

假设视场中的卫星数目为  $K=4$ , 俯仰角分别为  $[-60^\circ, -20^\circ, 20^\circ, 60^\circ]$ , 卫星发射的 C/A 码在 PRN0~PRN31 之间随机选取, 信噪比均设置为  $\text{SNR}=-15\text{dB}$ 。干扰设置为 6 个单音干扰与 8 个宽带干扰, 每个干扰的干信比 (JSR, jammer-to-signal ratio) 在 60~80dB 之间随机取值, 各个干扰的俯仰角与单音干扰的归一化频率设置如表 2 所示。

表 2 仿真中的干扰设置

干扰类型	俯仰角(°)与归一化频率
6 个单音干扰	(0, -0.5) (0, 0.5) (40, -0.2) (40, 0.2) (-40, -0.8) (-40, 0.8)
8 个宽带干扰	-70, -50, -30, -10, 10, 30, 50, 70

在图 8 中比较了几种不同算法的降维性能, 包括文献[8]中的方法 (单点约束下) 与本文改进算法 (多点约束和简单约束下) 等, 性能评价以输出信干噪比 (SINR) 作为依据, 每个有效的仿真结果均为 200 次独立实验的平均。其中, 与横坐标轴平行的直线对应于在基于 SMI 的方法中各卫星信号输出 SINR 的平均值 (约为  $-11\text{dB}$ ), 在此以它作为参考。对于改进算法, 在仿真过程中将图 6 中自适应

估计  $D$  值的函数（即判断条件）关闭。在实验中发现，在单点约束下改进算法的性能与文献[8]中的方法几乎一致，因此图中没有绘出。

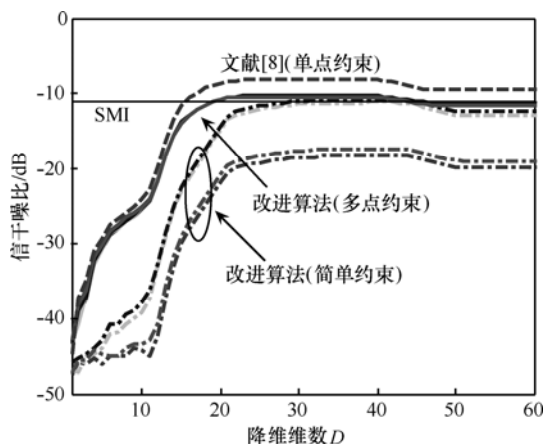


图 8 不同算法的降维性能对比

可以看出，在多点约束下，由改进算法得到的 4 颗卫星信号的输出 SINR 几乎完全重合，相互之间的差异小于 0.1dB，当降维维数  $D$  接近 24 时，其性能达到最佳，约为 -10.2dB。而在简单约束下，当  $D$  超过 30 时各卫星信号的输出 SINR 才达到最佳，相互之间的差异也较大，其中，中间 2 颗卫星信号的输出 SINR 约为 -10.9dB，而另外 2 颗卫星信号的输出 SINR 约为 -18dB。文献[8]中的算法只适用于单点约束问题，图中绘出了其单颗卫星信号的输出 SINR，当  $D$  接近 24 时其性能最佳，约为 -8.2dB。因此，在多点约束下改进算法的性能明显优于简单约束，但与单点约束下单颗卫星的性能相差约 2dB。

下面分析在一次仿真实验中由改进算法（自适应  $D$ ）得到的空频响应（SFR, space frequency response）<sup>[14]</sup>，如图 9~图 11 所示，干扰设置如表 2 所示，每个干扰的 JSR 固定为 60dB。

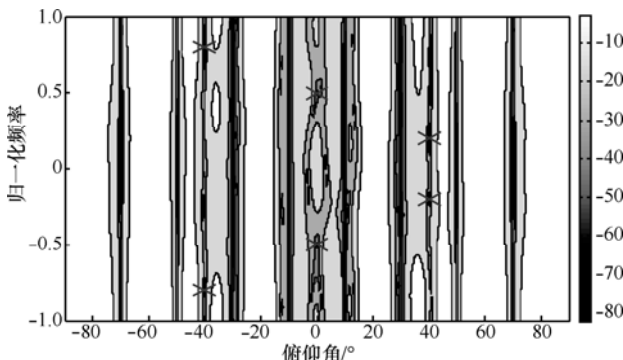


图 9 空频响应 (SFR) 的等高线

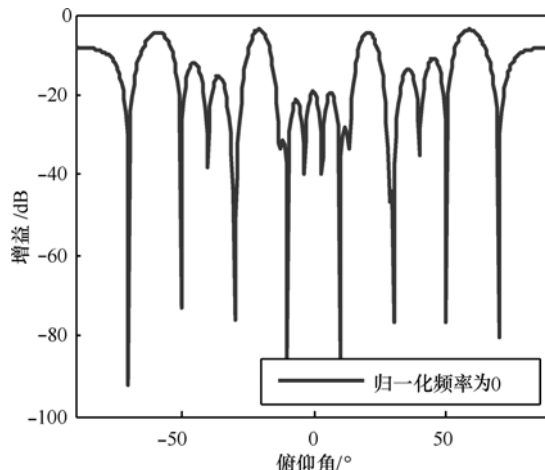


图 10 归一化频率为 0 时增益随俯仰角的变化

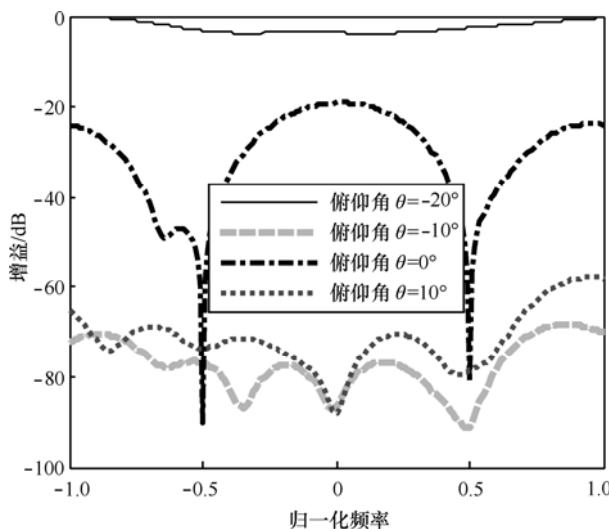


图 11 不同俯仰角时增益随归一化频率的变化

如图 9 所示为 SFR 的等高线，其中，横坐标与纵坐标分别表示俯仰角与归一化频率，对应点的颜色深浅表示其增益大小（单位为 dB），图中标出了 6 个单音干扰的位置。如图 10 所示为在归一化频率为 0 处增益随俯仰角的变化。如图 11 所示为在俯仰角分别取值 -20°、-10°、0° 与 10° 时增益随归一化频率的变化。可见，算法能够在 4 个卫星信号的方向上保持较小的失真（增益接近 0dB），同时在干扰位置上形成超过 60dB 的零陷，实现了干扰抑制。

### 6 结束语

本文深入研究了多点（星）约束下 GNSS 接收机的空时抗干扰技术，利用 Householder 变换与 MWF 算法的分解特性等对多点约束下 LCMV 准则的等效 GSC 结构进行了简化与改进，得到了一种新的改进算法。与已有的算法相比，改进算法具有

更低的计算复杂度与更好的实时性。

仿真表明, 在多点约束下改进算法的降维性能明显优于简单约束, 因而具有较高的实用价值; SFR分析也表明, 改进算法可保证在多个卫星信号方向失真较小的前提下, 在多个干扰的方向与频点形成有效的零陷, 因而抗干扰能力较好。

### 参考文献:

- [1] SVENDSEN A S, GUPTA I J. Adaptive antenna for handheld GPS receivers[A]. 2010 IEEE/ION Position Location and Navigation Symposium (PLANS)[C]. Indian Wells, CA, USA, 2010. 436-442.
- [2] LI M, DEMPSTER A G, BALAEI A T, *et al.* Switchable beam steering/null steering algorithm for CW interference mitigation in GPS C/A code receivers[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(3): 1564-1579.
- [3] XIAO H, LAMARE R C. Reduced-rank space-time adaptive interference suppression for navigation systems based on QR decomposition and approximations of basis functions[J]. International Journal of Communication Systems, 2011. doi:10.1002/dac.1281.
- [4] FANTE R L, VACCARO J J. Wideband cancellation of interference in a GPS receive array[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(2): 549-564.
- [5] MYRICK W L, GOLDSTEIN J S, ZOLTOWSKI M D. Low complexity anti-jam space-time processing for GPS[A]. 2001 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing[C]. 2001. 2233-2236.
- [6] SKLAR J R. Interference mitigation approaches for the global positioning system[J]. Lincoln Laboratory Journal, 2003, 14(2): 167-180.
- [7] 郭艺, 张尔扬, 沈荣骏. 多步迭代降维方法研究[J]. 通信学报, 2007, 28(9): 68-73.  
GUO Y, ZHANG E Y, SHEN R J. Study on the multistage iterative rank-reduced method[J]. Journal on Communications, 2007, 28(9): 68-73.
- [8] WERNER S, WITH M, KOIVUNEN V. Householder multistage wiener filter for space-time navigation receivers[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3): 975-988.
- [9] HAYKIN S. 自适应滤波器原理, 第四版[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006. 90-96.  
HAYKIN S. Adaptive Filter Theory, 4th Edition[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006. 90-96.
- [10] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004. 205-213.  
ZHANG X D. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. 205-213.
- [11] RICKS D C, GOLDSTEIN J S. Efficient architectures for implementing adaptive algorithms[A]. Proceedings of the 2000 Antenna Applications Symposium[C]. Allenton Park, Monticello, IL, 2000. 29-41.
- [12] GOLDSTEIN J S, REED I S, SCHARF L L. A multistage representation of the Wiener filter based on orthogonal projections[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(7): 2943-2959.
- [13] ZOLTOWSKI M D, JOHAM M, CHOWDHURY S. Recent advances in reduced-rank adaptive filtering with application to high-speed wireless communications[A]. Proceedings of SPIE 2001[C]. Orlando, Florida, USA, 2001. 1-15.
- [14] MCDONALD K F, COSTA P J, FANTE R L. Insights into jammer mitigation via space-time adaptive processing[A]. 2006 IEEE/ION Position, Location, and Navigation Symposium[C]. 2006. 213-217.

### 作者简介:



黄国胜 (1985-), 男, 湖北黄冈人, 中国科学院上海微系统与信息技术研究所博士生, 主要研究方向为卫星导航系统精密测距与抗干扰技术。



易争荣 (1973-), 男, 湖南浏阳人, 上海微小卫星工程中心副研究员, 主要研究方向为卫星通信系统总体设计。



帅涛 (1979-), 男, 四川成都人, 博士, 上海微小卫星工程中心副研究员, 主要研究方向为卫星导航与卫星通信技术。



朱振才 (1963-), 男, 山东安丘人, 博士, 上海微小卫星工程中心研究员、博士生导师, 主要研究方向为通信小卫星关键技术、微小卫星姿态与轨道控制技术等。